UFSC
PAM - MTM 5801 - H - CÁLCULO 1 - 2016.1
1A. PROVA (NIVELAMENTO)

RAPHAEL DA HORA

Nome:____ **Matrícula**: ____________________

email:__________________________________ **Curso**: __________________________________

(1) Use a propriedade que se $a > 0$, então $a^{-1} = \dfrac{1}{a} > 0$, para mostrar que se $0 < a < b$, então $0 < b^{-1} < a^{-1}$. (2,0 pontos)

(2) Sejam a, b, c, d, ϵ números reais tais que $\epsilon > 0$ e (2,0 pontos)

$$|a-b| < \frac{\epsilon}{3}, \quad |b-c| < \frac{\epsilon}{3}, \quad |c-d| < \frac{\epsilon}{3}.$$

Mostre que $|a-d| < \epsilon$.

(3) Mostre que se $0 \leq x < h$ para todo $h > 0$, então $x = 0$. (2,0 pontos)

(4) Sejam n e d inteiros. Diz-se que d é um divisor de n se $n = qd$ para algum inteiro q. Um inteiro n diz-se primo se $n > 1$ e os únicos divisores de n são n e 1. Mostre que todo inteiro $n > 1$ ou é primo, ou é um produto de fatores primos. (2,0 pontos)

(5) Propriedade Arquimediana em $\mathbb{R}$: para todo $x > 0$ existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $x < n$. (2,0 pontos)

(a) Use a propriedade acima para mostrar que dados $a, b \in \mathbb{R}$, com $a < b$, existe $n \in \mathbb{N}$ tal que $\dfrac{1}{n} < b - a$.

(b) Assuma que para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$ tais que $y - x > 1$, existe $m \in \mathbb{Z}$ (inteiro) tal que $x < m < y$. Use isso e o item (a) acima para mostrar que dados $a, b \in \mathbb{R}$, com $a < b$, existe um número racional $r = \dfrac{m}{n}$, $m, n \in \mathbb{Z}$, tal que $a < r < b$.

Axiomas dos números reais

(1) $a + (b + c) = (a + b) + c$.
(2) $a + 0 = 0 + a = a$.
(3) $a + (-a) = (-a) + a = 0$.
(4) $a + b = b + a$.
(5) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$.
(6) $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$, $1 \neq 0$.
(7) $a \cdot a^{-1} = a^{-1} \cdot a = 1$, para $a \neq 0$.
(8) $a \cdot b = b \cdot a$.
(9) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$.
(10) Dado $a \in \mathbb{R}$, temos $a = 0$, ou $a > 0$ ou $a < 0$.
(11) Se $a > 0$ e $b > 0$, então $a + b > 0$.
(12) Se $a > 0$ e $b > 0$, então $a \cdot b > 0$.